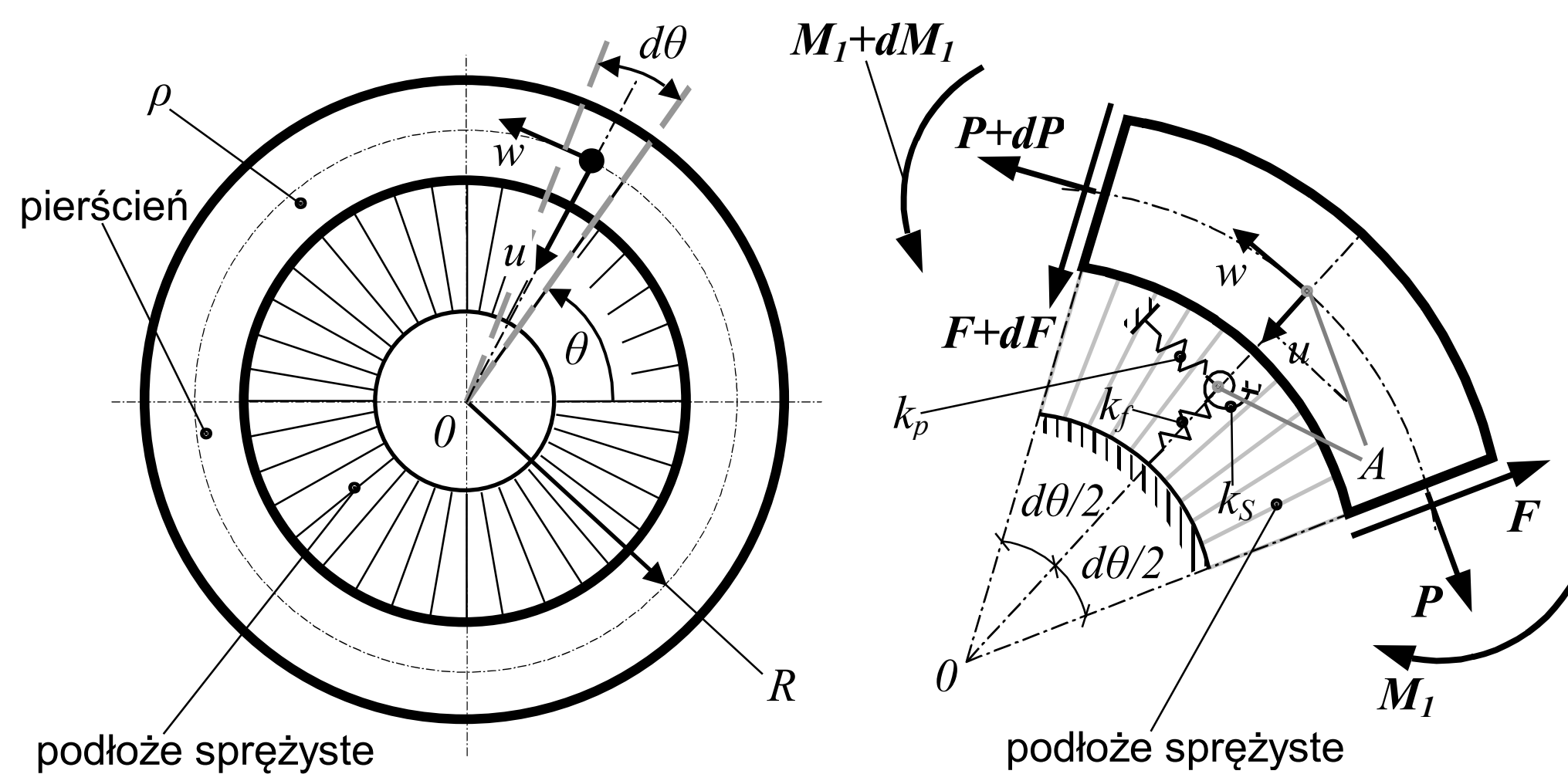


Autorzy: Stanisław NOGA, e-mail: noga@prz.edu.pl
Instytucja: Politechnika Rzeszowska, Katedra Konstrukcji Maszyn

Tytuł plakatu: Analiza drgań giętnych w płaszczyźnie pierścienia Timoshenki współpracującego z tarczą traktowaną jako podłoże sprężyste

MODEL FIZYCZNY UKŁADU



RÓWNANIE DRGAŃ WŁASNYCH GIĘTYCH W PŁASZCZYŹNIE

$$\frac{\partial^6 u}{\partial \theta^6} + \left(2 - k_f \frac{R^2}{kAG} - k_s \frac{R^2}{EI_1}\right) \frac{\partial^4 u}{\partial \theta^4} + \left(1 + k_p \frac{R^2}{kAG} - 2k_s \frac{R^2}{EI_1} + k_f k_s \frac{R^4}{kAGEI_1} + k_f \frac{R^4}{EI_1}\right) \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \left(k_s \frac{R^2}{EI_1} + k_p k_s \frac{R^4}{kAGEI_1} + k_p \frac{R^4}{EI_1}\right) u - \left(\frac{\rho R^2}{E} + \frac{\rho R^2}{kG}\right) \frac{\partial^6 u}{\partial \theta^4 \partial t^2} + \frac{\rho^2 R^4}{kGE} \frac{\partial^6 u}{\partial \theta^2 \partial t^4} + \left(-2 \frac{\rho R^2}{E} + k_f \frac{\rho R^4}{kAGE} + \frac{\rho R^2}{kG} + k_s \frac{\rho R^4}{kGEI_1} + \frac{\rho AR^4}{EI_1}\right) \frac{\partial^4 u}{\partial \theta^2 \partial t^2} - \frac{\rho^2 R^4}{kGE} \frac{\partial^4 u}{\partial t^4} - \left(\frac{\rho R^2}{E} + k_p \frac{\rho R^4}{kAGE} + k_s \frac{\rho R^4}{kGEI_1} + \frac{\rho AR^4}{EI_1}\right) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

gdzie:

$u(\theta, t)$ – przemieszczenie radialne pierścienia, $w(\theta, t)$ – przemieszczenie styczne pierścienia (obwodowe), R – promień osi środkowej pierścienia
 k_s – wsp. sztywn. podłoża od obrotu przekroju pierścienia, k_f – wsp. sztywn. podłoża na kier. promieniowym, k_p – wsp. sztywn. podłoża na kier. stycznym
 ρ – gęstość, E – moduł Younga, G – moduł Kirchhoffa, A – pole przekroju normalnego pierścienia, I_1 – geometryczny moment bezwładności przekr. normalnego pierścienia, k – współczynnik kształtu przekroju (współczynnik Timoshenki)

ROZWIĄZANIE ANALITYCZNE

Równanie częstości własnych

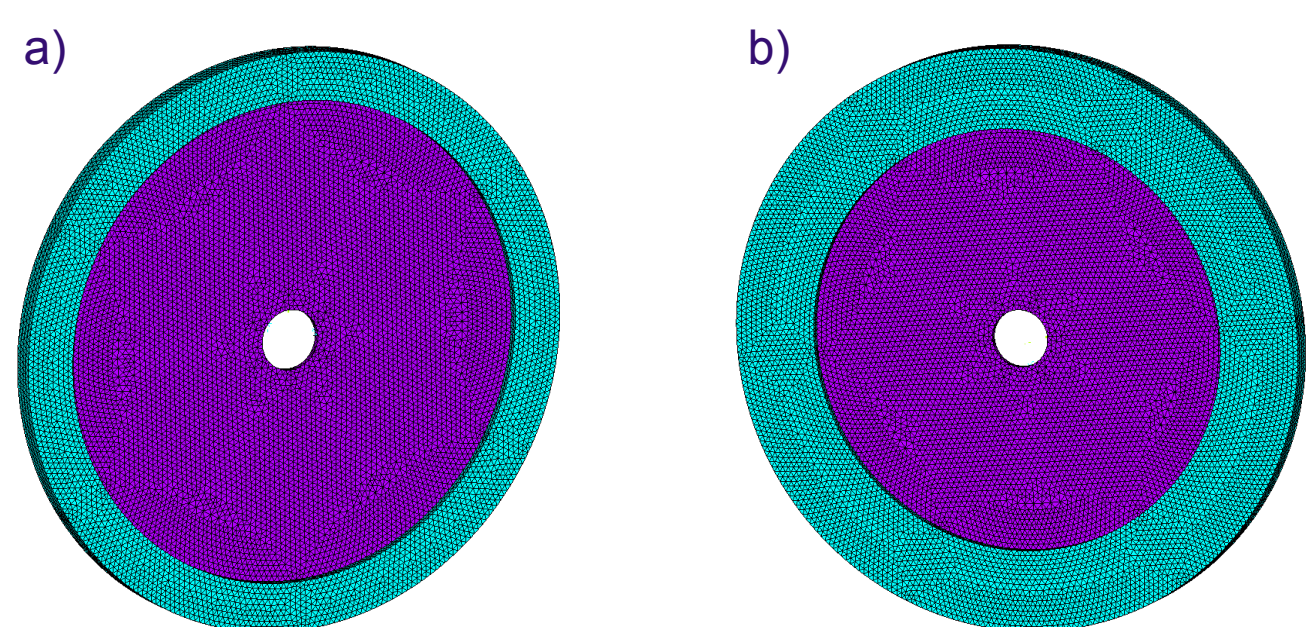
$$-c_0 d_0 (n^2 + 1) \omega_n^4 + [(c_0 + d_0) n^4 + (-2c_0 + k_f h_0 + d_0 + k_s \frac{h_0 A}{I_1} + \rho A a_0) n^2 + (c_0 + k_p h_0 + k_s \frac{h_0 A}{I_1} + \rho A a_0)] \omega_n^2 + -n^6 + (2 - b_0 k_f - k_s \frac{a_0}{R^2}) n^4 - (1 + b_0 k_p - 2k_s \frac{a_0}{R^2} + k_f k_s \frac{h_0}{\rho I_1} + k_f a_0) n^2 - (k_s \frac{a_0}{R^2} + k_p k_s \frac{h_0}{\rho I_1} + k_p a_0) = 0$$

Podstawienia

$$a_0 = \frac{R^4}{EI_1}, \quad d_0 = \frac{\rho R^2}{kG}, \quad b_0 = \frac{R^2}{kAG}, \quad h_0 = \frac{\rho R^4}{kEAG}, \quad c_0 = \frac{\rho R^2}{E}, \quad \omega_n - n\text{-ta częstość własna}$$

- a)
 $k_f = 2.65 \cdot 10^9$ [N/m²],
 $k_p = 6 \cdot 10^7$ [N/m²],
 $k_s = 3.6 \cdot 10^7$ [N/m]
- b)
 $k_f = 1.2 \cdot 10^9$ [N/m²],
 $k_p = 6 \cdot 10^7$ [N/m²],
 $k_s = 8.85 \cdot 10^7$ [N/m]

MODELOWANIE MES (ANSYS PROGRAM)

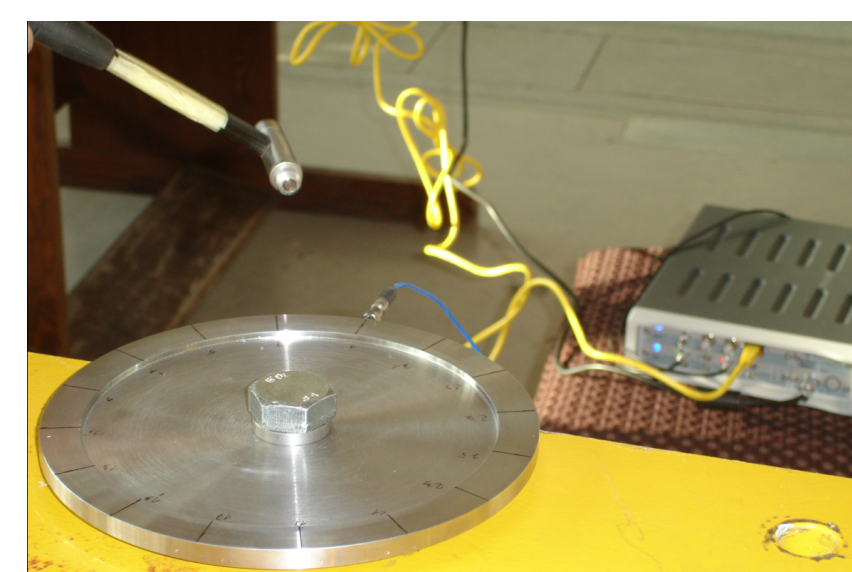


97404 elementy
Pierścień i tarczę modelowano elementem brylowym czworosiennym (solid187) dziesięciowęzłowym

143760 elementów

Podłoże (tarcza) jest modelowane jako bezmasowe ciało sprężyste

BADANIA DOŚWIADCZALNE



Do pomiarów wykorzystano system pomiarowy LMS

- młotek modalny – PCB 086C03
- czujnik pomiaru przyspieszenia – PCB 353B18
- system rejestracji danych – LMS SCADA
- moduł pomiarowy – SCM-V4E

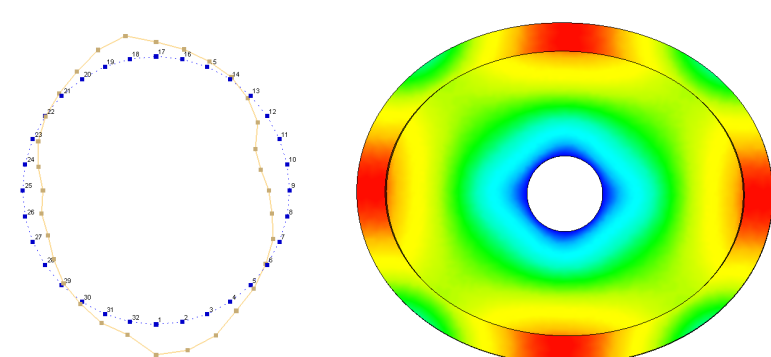
LMS Test. Lab software

Błąd częstości

$$\varepsilon_n = (\omega_n^f - \omega_n^c) / \omega_n^c \cdot 100\%$$

gdzie:
 ω_n^f - częstość własna modelu,
 ω_n^c - częstość własna obiektu

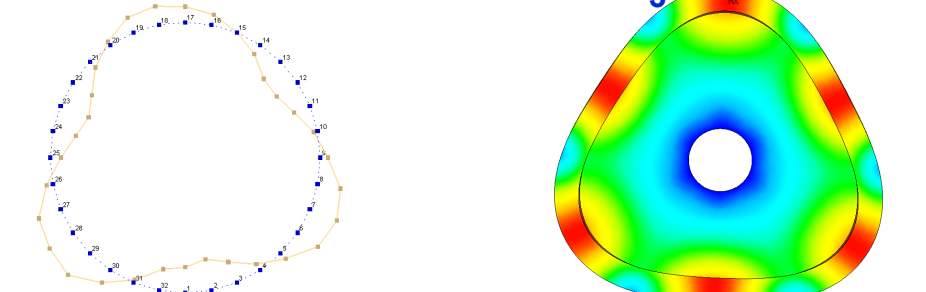
Postać własna u₂



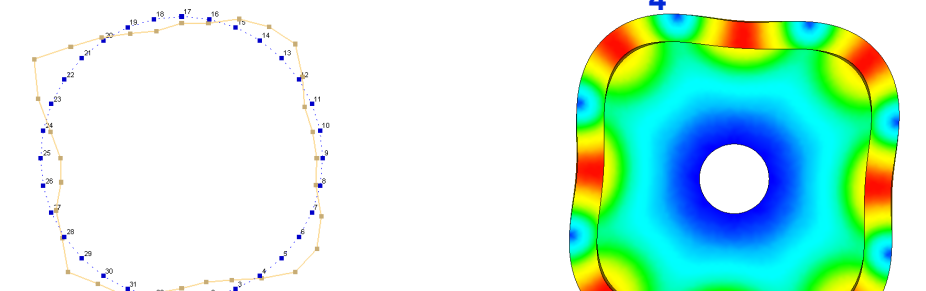
ANALIZA WYNIKÓW

n	2	3	4	5	6	7	8
Nr							
Częstotliwości własne rozważanych układów ω_n [Hz] (dane doświadczalne)							
1	8660	12943.8	16802.5	20618.1	25211.9	29550.6	34155.6
2	7207.5	11537.5	16058.8	20933.8	26278.8	31647.5	37106.3
Błąd częstości ε_n [%] (porównanie rozw. analityczn. z danymi doświadczalnymi)							
1	1.01	-0.04	2.62	4.68	2.9	2.63	1.69
2	-1.98	5.65	6.84	5.25	2.23	0.11	-1.63
Błąd częstości ε_n [%] (porównanie rozw. MES z danymi doświadczalnymi)							
1	2.81	2.72	-0.04	-1.65	-5.08	-5.9	-6.61
2	2.16	2.15	-0.49	-2.36	-4.33	-5.17	-5.73

Postać własna u₃



Postać własna u₄



Postać własna u₅

